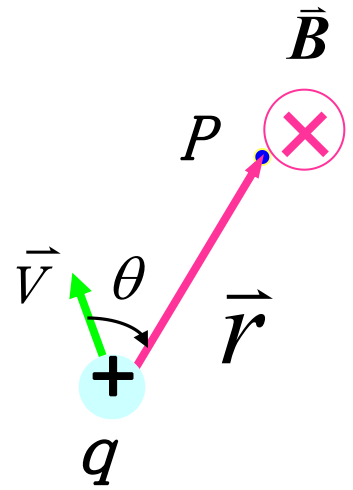


三. 运动电荷的磁场

一个电荷产生的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}$$



方向: 右手螺旋

大小: $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v}{r^2} \sin \theta$

例 如图的导线，已知电荷线密度为 λ ，当绕 O 点以 ω 转动时
求 O 点的磁感应强度

解 线段1:

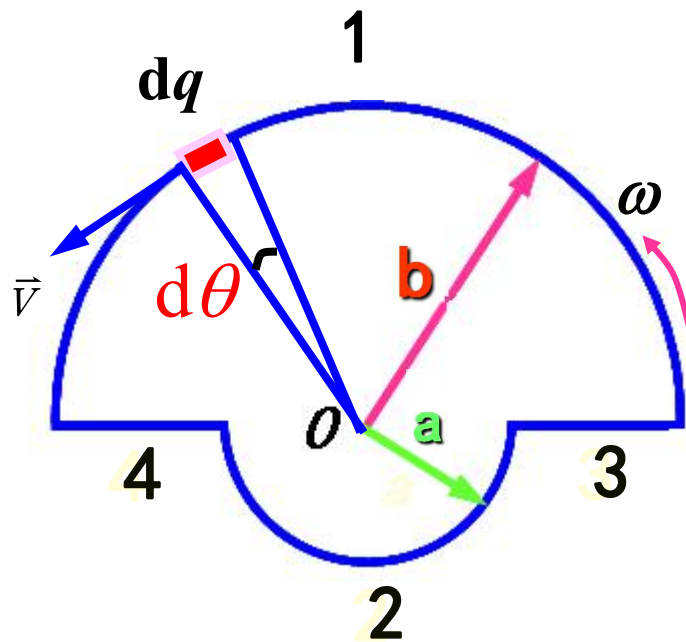
$$dq = \lambda dl = \lambda b d\theta$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq \cdot \omega b}{b^2}$$

$$= \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4\pi} d\theta$$

$$B_1 = \int_0^\pi \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4\pi} d\theta = \frac{1}{4} \mu_0 \lambda \omega$$

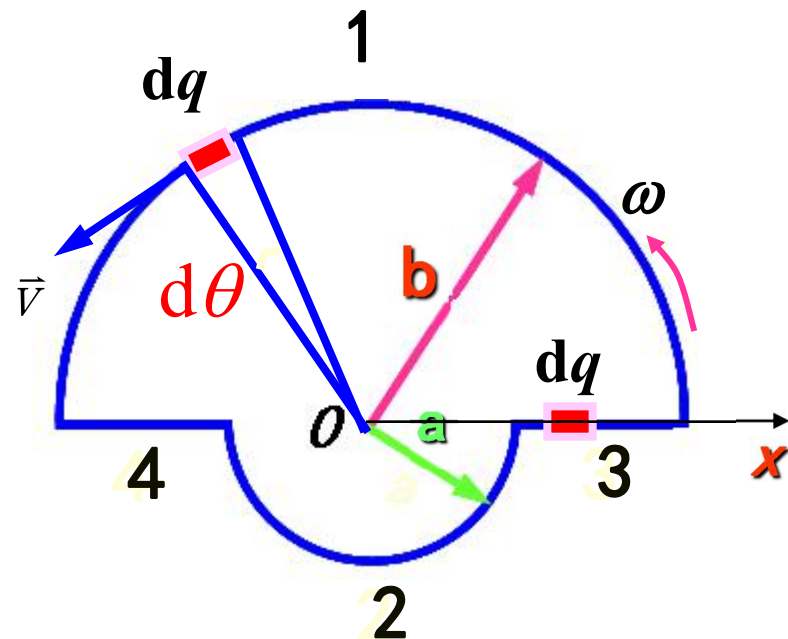
线段2: 同理 $B_2 = \frac{1}{4} \mu_0 \lambda \omega$



线段3: $dq = \lambda dx$

$$dB_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\lambda dx \cdot \omega x}{x^2} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4\pi x} dx$$

$$B_3 = \int_a^b \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4\pi x} dx = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$



线段4: 同理 $B_4 = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{b}{a} \right) \mu_0 \lambda \omega$$

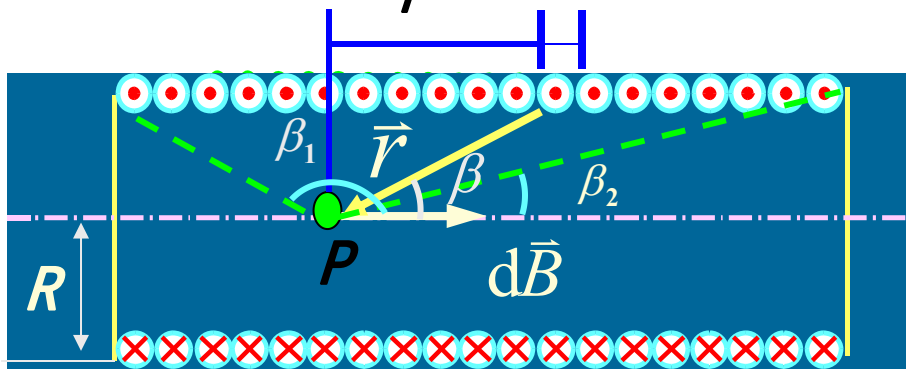
★ 讨论

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

(1) 无限长直导线 $\theta_1 \rightarrow 0$ $\theta_2 \rightarrow \pi$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

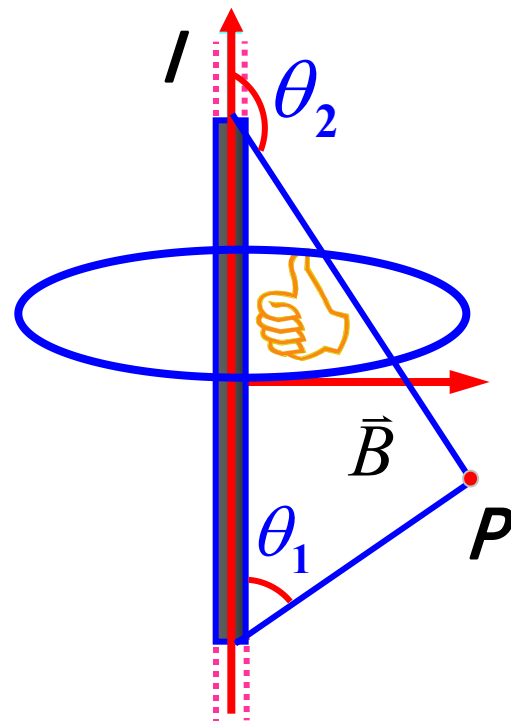
方向：右螺旋法则



$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

(1) 无限长载流螺线管

$$B = \mu_0 n I$$



§ 10.3 磁场的高斯定理

静电场: $\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum q_i / \varepsilon_0$ 静电场是有源场

磁 场: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = ?$

一. 磁感应线

1. 规定

- (1) 方向: 磁力线切线方向为磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向
- (2) 大小: 垂直 $\vec{B}$ 的单位面积上穿过的磁感应线条数为磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小

$$B = \frac{dN}{dS_{\perp}}$$

2. 磁力线的特征

- (1) 无头无尾的闭合曲线

(2) 与电流相互套连，服从右手螺旋定则

(3) 磁力线不相交

二. 磁通量

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

通过面元的磁力线条数 —— 通过该面元的磁通量

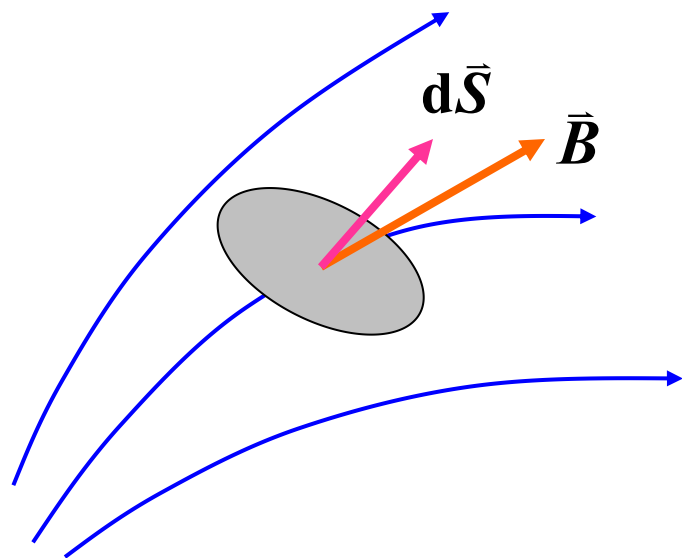
对于有限曲面 $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

对于闭合曲面 $\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

规定

磁力线穿入 $\Phi_m < 0$

磁力线穿出 $\Phi_m > 0$

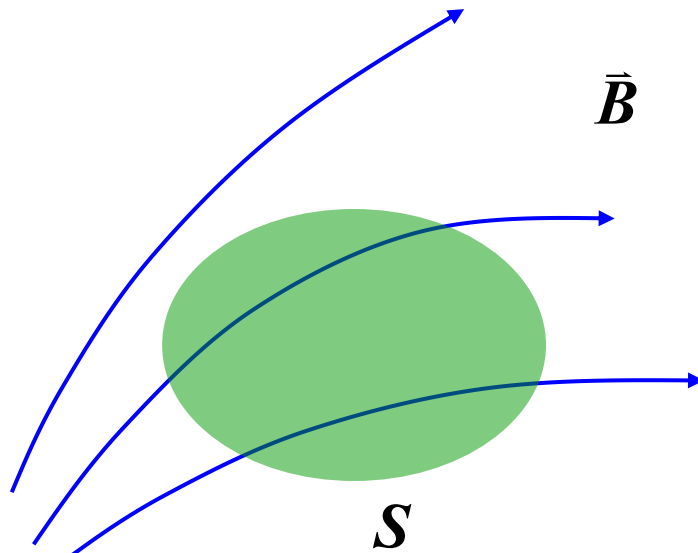


三. 磁场的高斯定理

磁场线都是闭合曲线

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{磁高斯定理})$$

电流产生的磁感应线既没有起始点，也没有终止点，即磁场线既没有源头，也没有尾闾 —— 磁场是无源场（涡旋场）

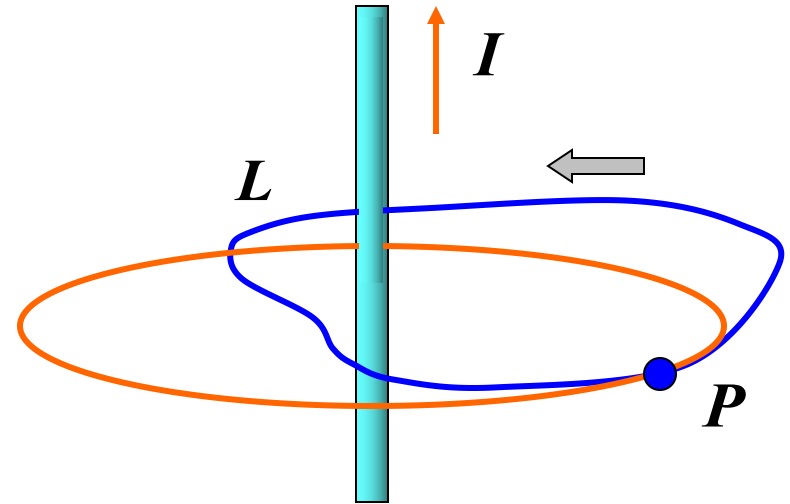


§ 10.4 磁场的安培环路定理

静电场: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ 静电场是保守场

磁 场: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$

一. 磁场的安培环路定理



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{i\text{内}} \quad \text{—— 安培环路定律}$$

恒定电流的磁场中，磁感应强度沿一闭合路径 L 的线积分等于路径 L 包围的电流强度的代数总和的 μ_0 倍



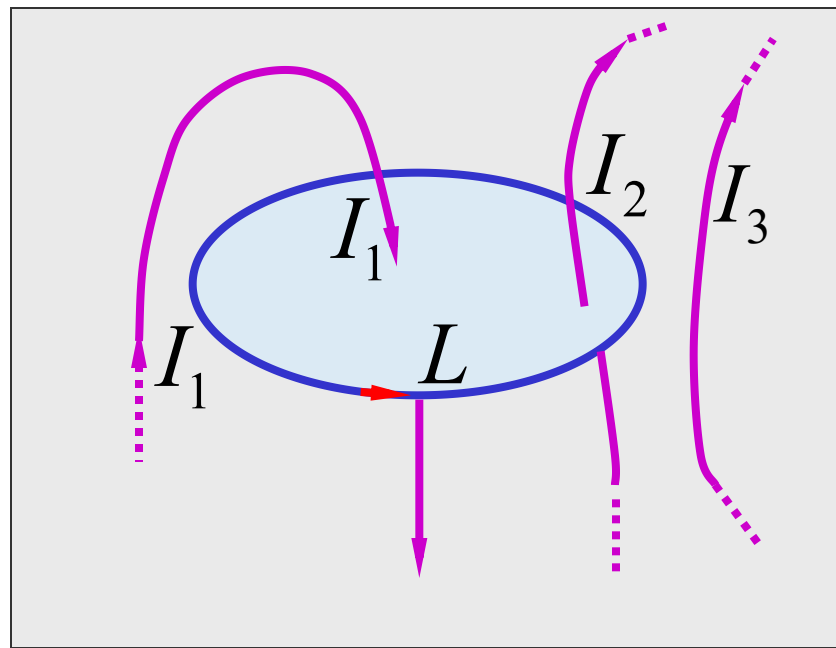
讨论

(1) 积分回路方向与电流方向

满足右螺旋关系时 $I_i > 0$ 反之 $I_i < 0$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (-I_1 + I_2)$$

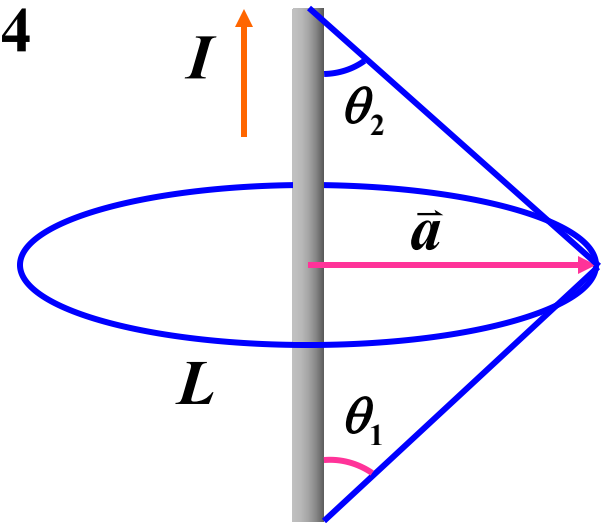
(2) 安培环路定理只适用于闭合的载流导线，对于任意设想的一段载流导线不成立





例如 图中载流直导线, 设 $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$
则 L 的环流为:

$$\begin{aligned}\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint_L \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) dl \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} 2 \frac{\sqrt{2}}{2} 2\pi a = \frac{\mu_0 \sqrt{2} I}{2} \neq \mu_0 I\end{aligned}$$



二. 安培环路定理的应用

例 求无限长圆柱面电流的磁场分布。

解 系统有轴对称性，圆周上各点的 B 相同

$$r > R$$

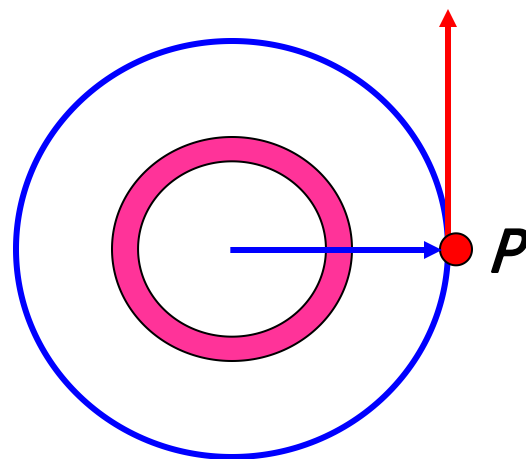
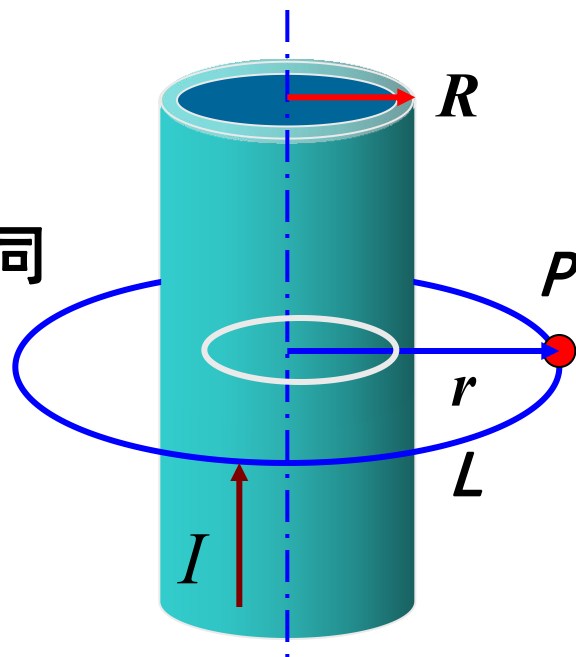
$$\oint_L B \cos \theta dl = B \oint_L dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$r < R$ 时在圆柱面内做一圆周

$$\oint_L B \cos \theta dl = B \oint_L dl = B 2\pi r = 0$$

$$B = 0$$



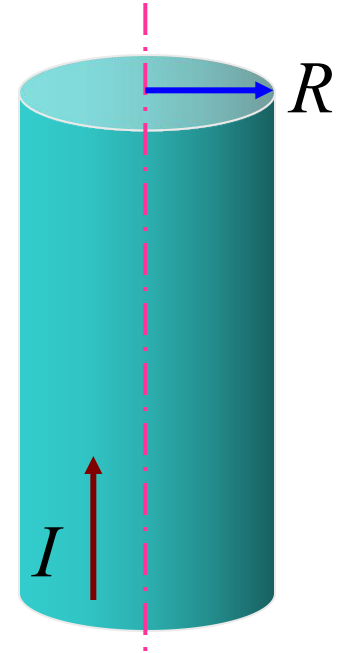
无限长圆柱体载流直导线的磁场分布

$$r > R \text{ 区域: } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < R \text{ 区域: } B 2\pi r = \mu_0 j \pi r^2$$

$$j = \frac{I}{\pi R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$



例 求矩型截面螺绕环电流的磁场分布及螺绕环内的磁通量

解 • 在螺绕环内部做一个环路，可得

$$\oint_L B \cos \theta dl = B \oint_L dl = B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 NI / 2\pi r$$

若螺绕环的截面很小， $r = \bar{r}$

$$B_{\text{内}} = \mu_0 \frac{N}{2\pi \bar{r}} I = \mu_0 n I$$

• 若在外部再做一个环路，可得

$$\sum I_i = 0 \quad \longrightarrow \quad B_{\text{外}} = 0$$

螺绕环内的磁通量为

$$\Phi_m = \int_{R_1}^{R_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 h NI}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

